

ПРОСТАЯ ИЛЛЮСТРАЦИЯ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ ТЕОРЕМЫ В МЕДИЦИНСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Цурганов А.Г., Макеенко Г. И.
УО «Витебский государственный медицинский университет»

Использование центральной предельной теоремы (ЦПТ) красной нитью проходит через курс медицинской статистики и используется «напрямую» при интервальной оценке данных, статистической проверке гипотез. К сожалению, в русскоязычных изданиях по медицинской статистике разъяснению этого вопроса уделяется очень мало внимания, объясняется формально. Суть ЦПТ состоит в том, что если вы имеете генеральную совокупность объема N с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ и берете достаточно большие случайные выборки объема n (с возвращением в генеральную совокупность), то распределение средних \bar{X} этих выборок будет приблизительно нормальным, невзирая на распределение (нормальное или скошенное) в самой генеральной совокупности. При этом разброс этих самых средних, т. е. стандартное отклонение $\sigma_{\bar{x}}$ для средних наших выборок в \sqrt{n} раз меньше, чем в генеральной совокупности:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Если генеральная совокупность нормально распределена, то ЦПТ справедлива даже для выборок с объемом $n < 30$. Это значит, что мы можем использовать модели с нормальным распределением для оценки неопределенности, возникающей при оценке генеральной совокупности, базируясь на оценке распределения выборочных средних, например, при статистической проверке гипотез.

В качестве иллюстрации ЦПТ рассмотрим следующий пример. Рассмотрим генеральную совокупность небольшого объема из $N = 6$ пациентов с полной заменой бедра. Через три месяца после операции они оценили отсутствие болевых ощущений по шкале от 0 до 100 (0 – тах болевые ощущения, 100 – безболевого функционирование):

25, 50, 80, 85, 90, 100.

Генеральное среднее: $\mu = \frac{\sum x_i}{N} = 71.7.$

Стандартное отклонение в популяции:

$$\sigma = \frac{\sqrt{(x_i - \mu)^2}}{N} = 28.4.$$

Предположим, что мы не знаем μ и σ для нашей генеральной совокупности и хотим оценить их по выборкам размером $n = 4$ из генеральной совокупности объемом $N=6$. Их число будет равно

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15 \text{ (см. таблицу).}$$

Номер выборки	Наблюдения в выборке ($n = 4$)				Среднее выборки \bar{X}
1	25	50	82	85	60,0
2	25	50	80	90	61,3
3	25	50	80	100	63,8
4	25	50	85	90	62,5
5	25	50	85	100	65,0
6	25	50	90	100	66,3
7	25	80	85	90	70,0
8	25	80	85	100	72,5
9	25	80	40	100	73,8
10	25	85	90	100	75,0
11	50	80	85	90	76,3
12	50	80	85	100	78,8
13	50	80	90	100	80,0
14	50	85	90	100	81,3
15	80	85	90	100	88,8

Мы видим, что разброс средних в наших выборках составляет от 60 до 88,8, что меньше чем вариабельность данных в генеральной совокупности (там от 25 до 100). Вычисление среднего всех выборок $\mu_{\bar{x}}$ и стандартного отклонения средних $\sigma_{\bar{x}}$ дает: $\mu_{\bar{x}} = 71.7$ (совпадение с ЦПТ) и $\sigma_{\bar{x}} = 8.5$. Мы видим, что стандартное отклонение средних наших выборок $\sigma_{\bar{x}} = 8.5$ намного меньше, чем в генеральной совокупности, $\sigma = 28.4$, хотя и не «дотягивает» до предсказанного ЦПТ $\frac{28.4}{\sqrt{4}} = 14.2$ по причине небольшого ($n = 4$) объёма выборки. При вычислении $\sigma_{\bar{x}}$, если объём генеральной популяции N удовлетворяет условию $n > 0.05N$, то рекомендуется использовать корректирующий коэффициент $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{28}{\sqrt{4}} \sqrt{\frac{6-4}{6-1}} = 8.98$, что практически совпадает со значением $\sigma_{\bar{x}} = 8.5$, вычисленным по данным наших выборок. С увеличением генеральной совокупности и объёма выборок $\sigma_{\bar{x}} \rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Для большей ясности для студентов данные в генеральной совокупности можно заменить на частоту пульса или систолическое давление для группы из 6 - 7 человек.

Следующий пример показывает практическое использование ЦПТ. Данные исследования холестерина высокой плотности (HDL – high density Lipoprotein cholesterol) HDL в Framingham Heart Study показали, что пациенты старше 50 имеют HDL $\mu = 54 \frac{\text{МГ}}{\text{дл}}$ и стандартное отклонение $\sigma = 17 \text{мг/дл}$. Проходят

обследование 40 пациентов, врач хочет найти вероятность того, что среднее в популяции по данным выборки в 40 человек будет $\geq 60 \text{МГ/дл}$. Согласно ЦПТ, т.к. размер выборки достаточно большой $n = 40 > 30$, то распределение выборочных средних будет приблизительно нормальным, поэтому можно найти $P(\text{HDL} \geq 60)$,

используя таблицу стандартного нормального распределения: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. У нас заменяем $X \rightarrow \bar{X}$, $\mu \rightarrow \mu_{\bar{x}}$ и

$\sigma \rightarrow \sigma_{\bar{x}}$, т.е. $Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{60 - 54}{17 / \sqrt{40}} = 2.22$. По таблице стандартного нормального распределения

$P(Z > 2.22) = 0.0132$. Поэтому вероятность того, что HDL холестерол превысит 60 $\frac{\text{МГ}}{\text{дл}}$, составляет 1,32 % по данным из выборки в 40 пациентов.

ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕРАПЕВТИЧЕСКАЯ СТОМАТОЛОГИЯ»

Чернявский Ю.П., Байтус Н.А.

УО «Витебский государственный медицинский университет»

Актуальность. В Концепции развития науки в Республике Беларусь разработан комплекс мероприятий, предусматривающий повышение роли науки в социально-экономическом развитии страны, динамичный перевод ее на инновационный путь развития, создание и внедрение новых высокоэффективных технологий, подготовки научных кадров оптимизация управления научной сферой.

Термин «инновация» (нововведение; англ. innovation) означает создаваемые новые или усовершенствованные технологии. «Инновационное обучение» (innovative learning) - процесс и результат такой учебной и образовательной деятельности, которая стимулирует внесение инновационных изменений в существующую культуру, социальную среду. Для осуществления инновационной деятельности требуются компетентные специалисты, преподаватели владеющие методами, средствами и формами управления инновационным процессом с целью повышения эффективности вложенных в его реализацию инвестиций.

Цель работы – анализ существующих инновационных методик и технологий, используемых в процессе обучения студентов по дисциплине «Терапевтическая стоматология».